

課程名稱	[一般課程] WIFI 訊號定位	投稿日期	2020/10/16
作者	楊旻翰、徐孺、曾思睿 (國立中正大學物理學系)		
共同作者	曲宏宇 (國立中正大學物理系)		
領域	電磁學、數值方法		
教學對象	高中，大學		
實作時間	十六小時		
器材	硬體：WEMOS D1 pro mini 和外接天線、 300Mbps Wireless Extender (TOTOLINK EX-200)*4 軟體：Arduino(收集訊號)、Matlab(資料庫及定位)		
關鍵字	Positioning, Dipole antenna, Kalman Filter, Minimum Mean Square Error, Matlab, Arduino		

## 摘要

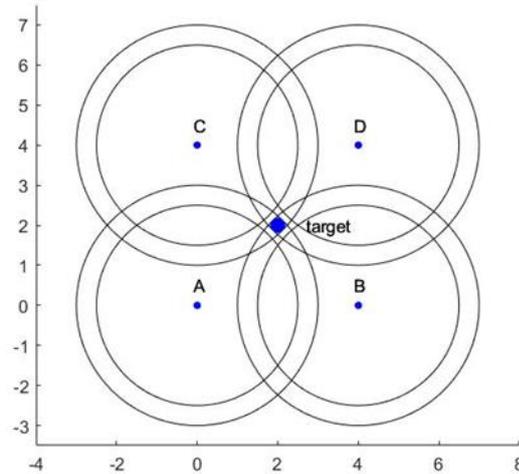
- **課程目標**

認識天線的性質及訊號強度對距離的關係，並在有限基地台數的情況之下，將定位誤差縮小至 10-20 cm。

- **教學方法**

利用 Matlab, Arduino 等撰寫 Wi-Fi 接收訊號及定位的程式。

- **預期成果**



在定位系統中，能顯示基地台和目標物(Wemos)的實際位置，以及透過數值計算得到的定位點。圖中圓的半徑代表以基地台為圓心，將 Wemos 得到的訊號大小，轉換為基地台和目標物的距離。

- **科學背景原理**

1. Wi-Fi 定位系統

Wi-Fi 定位系統是利用偵測附近 Wi-Fi 無線網路基地台來進行定位。我們設計了一個 4X4 平方米的 Wi-Fi 定位系統 (圖 1)，並使用一些技術包括卡爾曼濾波器、最小均方誤差 (MMSE) 等來提高定位精度。類似的定位原理及方式可以在 GPS 訊號定位及手機基地台定位相關資料中有更多詳細的討論。

- **實作流程或步驟**

1. 利用 Arduino 測量 Wi-Fi RSSI 值與基地台和目標物之間的距離之關係。
2. 利用 Matlab 接收 Wemos 測量數據並製成資料庫，將此資料庫作為定位時的依據。
3. 使用以下兩種技術達成最終定位。

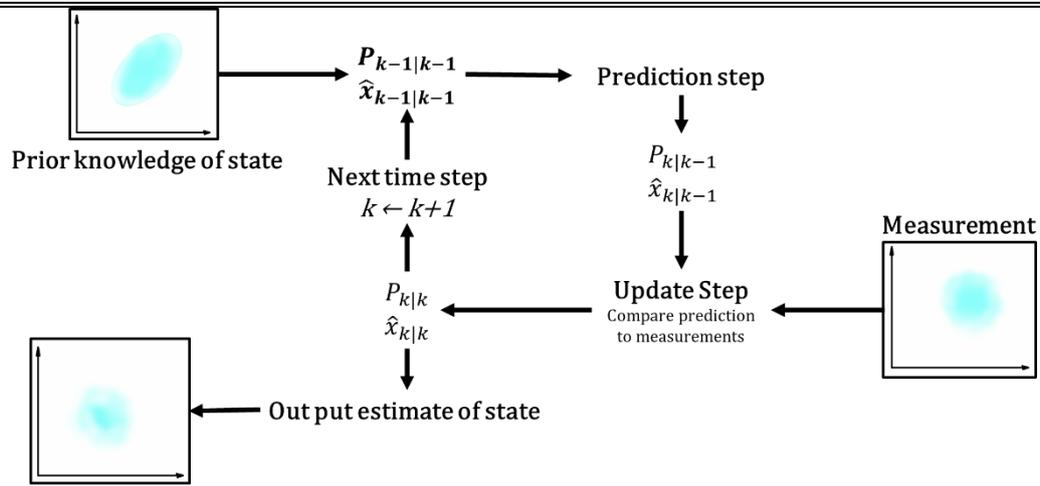
- **分析數據及定位**

1. **卡爾曼濾波(Kalman filter)**

卡爾曼濾波是一種高效率遞回濾波器，藉由已知數據的雜訊來預測下筆數據可能的位置，在反覆疊代的過程中達成指數衰減的功效，其優勢在於數據量達一定程度的條件下能大幅衰減估計時的誤差，以達成接近實際值的目的。

卡爾曼濾波常使用於導引機械，信號處理或計量經濟學當中，其中這次我們使用到的即是他在信號處理上能找到其最佳路徑的強大功能。

卡爾曼濾波大致上可分為估計及觀測兩大步驟，其中在估計步驟執行時會採用現有數據進行下一步的狀態估計，而在觀測到下一筆數據時，會透過加權平均來更新估計值，其中精確性或是確定性越高的數據會獲得越大的加權量，因此藉由自動化數據採集和卡爾曼濾波，我們可以更高效率且更精確得減少誤差範圍已取得更可信的統計結果。



↑ 圖為卡爾曼濾波步驟及順序示意圖(圖來自維基百科重製)

## 2. 最小均方誤差(Minimum Mean Square Error)

均方誤差定義為各測量值誤差的平方和的平均值的平方根，在數理統計中記為 MSE。MSE 可以評價資料的變化程度，MSE 值越小，說明預測模型描述實驗資料具有更好的精確度。

在此我們作為定位目標物的數值計算方式，以二維定位系統而言，需使用至少三個以上的基地站才能定位。以下是計算定位的方式：

1. Wemos 根據媒體存取控制位址(MAC 位址)找到每個基地台並收集 RSSI 值的數據，再依據資料庫的數據換算成測量目標物和基地站間距離的數據。此時，先定義一個誤差方程式  $f_n(x_0, y_0)$ ，為測量與實際距離的誤差。

$$f_n(x_0, y_0) = d_n - \sqrt{(x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)^2}$$

$x_0$  和  $y_0$  為未知目標物座標， $x_n$  和  $y_n$  為已知基地站座標， $d_n$  為 Wemos 接收第  $n$  個基地台 RSSI 值且換算的距離。

2. 當誤差越小，定位精確度隨之提高，因此假設  $f_n(x_0, y_0) = 0$ ，也就是說有一組  $x_0, y_0$  使誤差為零，精確度為所有未知解中最高。透過一些數學運算，可得到以下方程式：

$$-x_n^2 - y_n^2 + d_n^2 = (x_0^2 + y_0^2) + x_0(-2x_n) + y_0(-2y_n)$$

將第  $n$  個基地台方程式減去第  $N$  個基地台方程式( $N$  為基地台總數)，可得到以下方程式：

$$\begin{aligned}
 & -x_n^2 - y_n^2 + d_n^2 - (-x_N^2 - y_N^2 + d_N^2) \\
 & = 2x_0(x_N - x_n) + 2y_0(y_N - y_n)
 \end{aligned}$$

3. 最後，我們可以用解矩陣的方式，得到未知目標物座標：

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b}; \mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

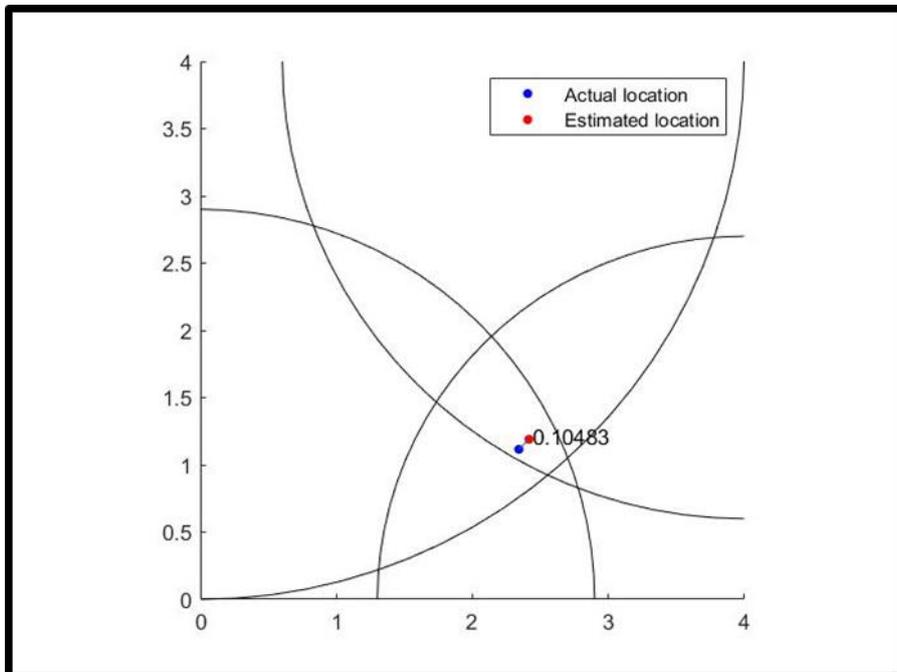
4. 以四個基地站的定位為例，矩陣可以寫成：

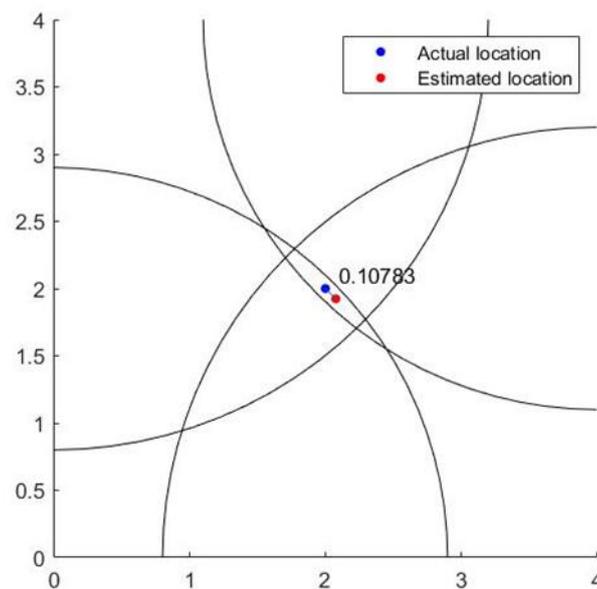
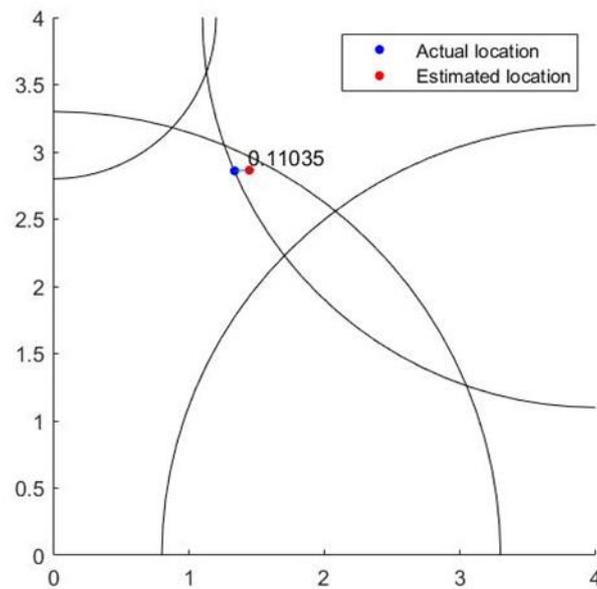
$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 2(x_4 - x_1) & 2(y_4 - y_1) \\ 2(x_4 - x_2) & 2(y_4 - y_2) \\ 2(x_4 - x_3) & 2(y_4 - y_3) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -x_1^2 - y_1^2 + d_1^2 - (-x_4^2 - y_4^2 + d_4^2) \\ -x_2^2 - y_2^2 + d_2^2 - (-x_4^2 - y_4^2 + d_4^2) \\ -x_3^2 - y_3^2 + d_3^2 - (-x_4^2 - y_4^2 + d_4^2) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad \text{這就是計算後估計出的位置座標。}$$

● 活動照片





● 參考資料

1. Nelson Acosta, and Juan Toloza. *Techniques to improve the GPS precision*. In : International Journal of Advanced Computer Science and Applications 3(8) ·August 2012.
2. Yoshikazu Ohta, Masashi Sugano, and Masayuki Murata. *Autonomous Localization Method in Wireless Sensor Networks*. In : 3rd IEEE Conference on Pervasive Computing and Communications Workshops.
3. Hyunwook Park, Jaewon Noh and Sunghyun Cho. *Three dimensional positioning system using Bluetooth lowenergy*

*beacons*. In : International Journal of Distributed Sensor Networks (2016) 12(10).

4. Arduino 藉由 esp8266 晶片獲得 WiFi 連線的功能，可藉由讀出 WiFi.RSSI()獲得 WiFi 基地台訊號強度值，範例可參考 <https://swf.com.tw/?p=1161>。
5. Arduino 藉由 esp8266 晶片獲得 WiFi 連線的功能，可藉由建立 tcp server，來將讀出數值廣播給連入的電腦，相關資料可藉由搜尋 arduino TCP server 關鍵字找到，範例亦可參考 <https://www.cnblogs.com/liming19680104/p/11237199.html>。
6. 電腦端藉由 tcp 介面連入 arduino 讀值，方法依據使用程式語言而不同，例如 MATLAB 語言可使用 `t = tcpclient('192.168.0.10', 23)`，相關資料可參考 <https://www.mathworks.com/help/instrument/tcpclient.html>。
7. Kalman Filter 可選擇在 arduino 傳出前處理 ( 傳出濾波後的值 )，或是傳出原始數據後在電腦端分析處理，相關資料可參考 arduino 端 <https://www.arduino.cc/reference/en/libraries/kalman-filter-library/>，電腦端例如 MATLAB 語言 <https://www.mathworks.com/help/control/ug/kalman-filtering.html>。